Fizikatörténet

Középkori matematika

Horváth András
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

v 1.0

Bevezetés

Láttuk korábban:
A természettudomány forradalmát a középkor társadalmi, technikai és tudományos eredményei készítik elő.

Ezen alapozó tevékenységen kívül sok konkrét eredmény is született, pl.:

- Tízes számrendszerű helyiértékes számírás.
- Szögfüggvények.
- Problémamegoldási módszerek, algoritmusok.
- Egyenletrendezés szabályai.
- Pontos térképészeti, földmérési módszerek.

Ezek az eredmények igen fontosak a fizika fejlődése szempontjából is.

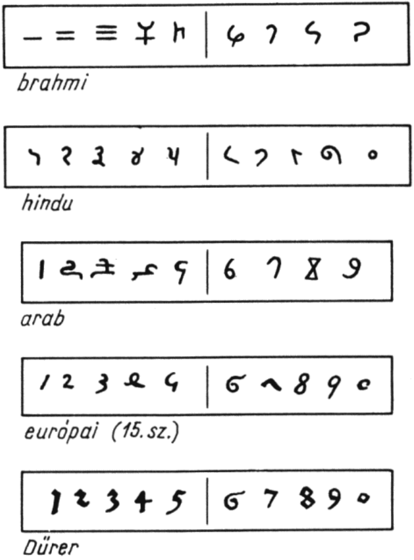
Alapok

AFKT 2.3.1

Fő útvonal:

- i.e. 2. évezred, Mezopotámia: helyiértékes jelölés ötlete. (60-as alapú számrendszer 10-es csoportosítású számjegyekkel).
- i.e. 3. szd., Arkhimédész: 10-es helyiértékű jelölés ötlete.
- i.sz. 2–6. szd., India: a 10-es rendszer kidolgozása egész számokra.
- i.sz. 8–15. szd., Arab Birodalom: alkalmazások, tizedes jelölés ötlete.
- 1600 körül, Napier, Kepler: mai tizedes törtek.

A mai számjegyek kialakulása



Indiai eredmények

Az ötletet Arkhimédésztől veszik (Alexandriai Könyvtár).
Virágkor: 200–1200 között.

A számábrázolás és számolás főbb eredményei:

- 0 következetes használata
- műveletek 0-val (Brahmagupta, 598–??)
- végtelen fogalmának kezelése
- negatív számok fogalma, értelmezése
- sok gyakorlati probléma megoldása

Törtjelölés: kezdetek

Sexadecimális jelölés:
Sokáig csak az egészek jelölésére használták a 10-es alapot, a törteknél maradtak a 60-asnál.
Mai számjegyekkel pl. Ptoleimaiosz így adta meg a π-t:

$$\pi \approx 3\ \ 8'\ 30'' \qquad (= 3{,}1416666...)$$

Előny: sok nevezetes tört pontosan kifejezhető. (Pl. 1/3, 1/6, ...)
Hátrány: nehezebb műveletvégzés, mert az egész részek 10-es, a törtek 60-as alapúak.

Törtjelölés: a mai alak

Tizedes törtek ötlete: Ghiyath al-Din Jamshid Mas'üd al-Kashi (1380–1429)
Mai alakhoz vezető lépések:

- Simon Stevin (1548–1620)
- John Napier (1550–1617)

Egyetlen bizonytalanság maradt:
Mivel választjuk el az egész és tört részt? Vesszővel vagy ponttal?
Napier: pont; Kepler: vessző.
Ez a kettősség azóta is megmaradt.

A számjelölés fontossága

A tizedes törtekkel egységnyi idő alatt 10–100-szor több művelet végezhető el, mint az ókori számjelölésekkel.

Sok felfedezés (pl. Kepler bolygópálya-számításai) enélkül meg sem született volna.

Megszületnek az első mechanikus számológépek.

Szemléletformálás: a számok egy egyszerűen kezelhető rendszert alkotnak.

Bonyolultabb műveletek, függvények értelmezése. (Pl. Napier: logaritmus-táblázatok.)

Főbb eredmények

Alapötlet: Hipparkosz, Ptolemaiosz.
Szinusz és koszinusz függvények: India.
Mai szögfüggvények: arab matematikusok, 9. szd.

Csúcsteljesítmény:

- Szögfüggvény-táblázatok 1’ lépésekben 9 tizedesjegy pontosságig.
- Nevezetes összefüggések megállapítása. (pl. $\sin(3\alpha)$ kifejtése.)
- Gömbfelszín geometriája.
- Sorfejtés alapötlete ($\theta = \tan\theta - (1/3)\tan^3\theta + (1/5)\tan^5\theta - \ldots$)

Alkalmazás a térképészetben, csillagászatban, ...

Al-Khwarizmi könyve

Mohamed ibn Musa al-Khwarizmi (790–840): Hiszab al-dzsebr w'al mukabalah.

- Egyenletrendezés szabályai. al-dzsebr⇒ algebra.
- Módszeres gondolkozás. al-Kharizmi⇒ algoritmus.
- Ezen a könyvön keresztül jön be Európába az “arab számjelölés”.

Algebra és algoritmus

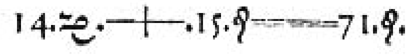
Algebra: “a dolgok rendbe tétele”
A mai egyenletek fogalma megjelenik, de még szövegesen. (“Ha 5 valami és még 2 az 7 valamivel egyezik meg, akkor mennyi a valami?”)
Egyenletrendezési szabályok: mindkét oldalból szabad azonosat elvenni, hozzáadni, stb.
Harmadfokú egyenletek közelítő megoldása.

Algoritmus: al-Khwarizmi nevéből.
Módszeres problémamegoldás: írjuk fel az alap összefüggést, nézzük meg, mit ismerünk, mit nem, rendezzük az egyenletet így és így, ...
Jelentőség: több probléma megbízhatóbban oldható meg, mint a görögök intuitív szemléletével.

Sok mindenről nem esett szó...

Például:

- harmadfokú egyenletek pontos megoldása (Cardano, 16.szd.)
- képzetes számok ötlete
- mai egyenletírási forma



Az első “egyenlet” 1557-ből

- pontos térképészeti eljárások
- függvény-grafikonok (ld. később)

Összefoglalás

A középkori matematikai felfedezések megnyitották az utat:

- bonyolultabb elméletek
- pontosabb mérési és kiértékelési módszerek
- a számítások automatizálása
- absztrakt matematikai fogalmak megjelenése

előtt.

Sok felfedezést a mai napig változatlan formában használunk.