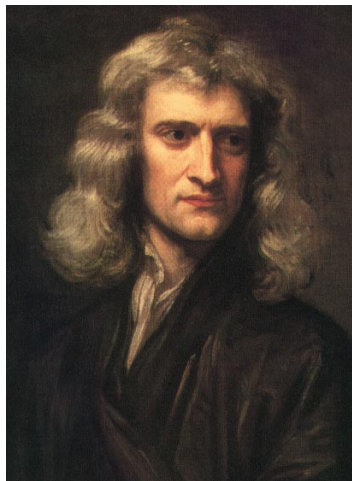


# Az általános relativitáselmélet alapjai

Horváth András  
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

**A fizika mindenkié, 2016.**

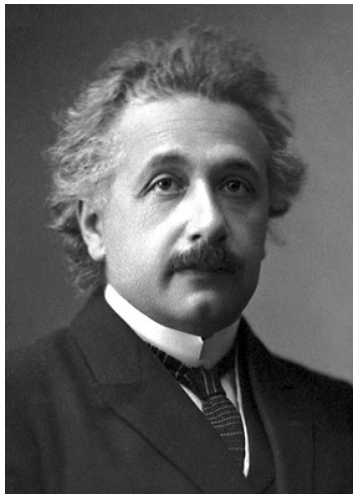
# Alapprobléma: Hogyan működik a gravitáció?



Forrás: WikiPedia

- **Isaac Newton**: mozgástörvények és az általános tömegvonzási törvény.
- Igen **pontos számítások** (bolygók, lövedékek, pottyánó almák)
- De **nem tudja megmondani, miért ilyen a gravitáció.**

# Türelmetleneknek: Einstein ötletének lényege

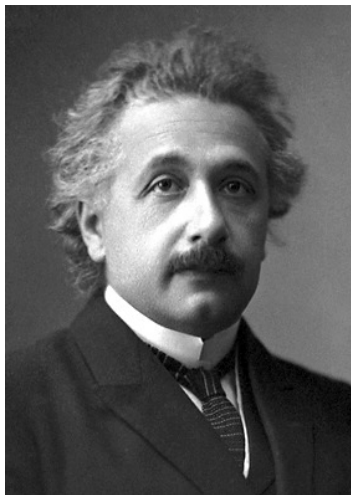


Forrás: WikiPedia

## A gravitáció ...

- ... nagyon egyformán hat mindenre.
- ... nagyon hasonlít a gyorsulás hatására.
- ... **geometriai hatás: a testek csak követik a görbülő téridőt.**

# Türelmetleneknek: Einstein ötletének lényege



Forrás: Wikipedia

A gravitáció ...

- ... nagyon egyformán hat mindenre.
- ... nagyon hasonlít a gyorsulás hatására.
- ... **geometriai hatás: a testek csak követik a görbülő téridőt.**

Hogyan görbítik a testek a téridőt?

Általános relativitáselmélet (1915):

- visszaadja Newton eredményeit,
- pontosít,
- új jelenségeket jósol meg.

# Miről szól ez az előadás?

Cél: az általános relativitáselmélet alap gondolatainak megértése.

- Hogyan működik a gravitáció?
- Mit jelent a görbült téridő?
- Mik is azok a gravitációs hullámok?

# Miről szól ez az előadás?

**Cél: az általános relativitáselmélet alapgondolatainak megértése.**

- Hogyan működik a gravitáció?
- Mit jelent a görbült téridő?
- Mik is azok a gravitációs hullámok?

A téma matematikája igen bonyolult: nem tárgyaljuk.

**Az alapgondolatok azonban érthetők!**

(Vigyázat! Komoly következtetésekre csak a matematikai részek ismeretében juthatunk!)

# A párhuzamossági axióma

(Ez is kapcsolódik a témához, majd meglátjuk....)

**Euklidesz (i.e. 3. szd.): a geometria összefoglalása egy logikus (axiomatikus) rendszerbe.**

2000 évig lényeges hiányosságot vagy hibát nem találtak benne.

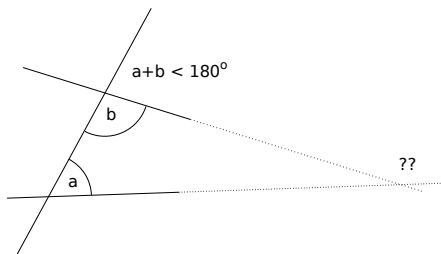
# A párhuzamossági axióma

(Ez is kapcsolódik a témához, majd meglátjuk....)

Euklidesz (i.e. 3. szd.): a geometria összefoglalása egy logikus (axiomatikus) rendszerbe.

2000 évig lényeges hiányosságot vagy hibát nem találtak benne.

Egy bizonytalan pont, amit sokan vizsgálgattak: a “**párhuzamossági axióma**”. (Pontosabban: az 5. posztulátum.)

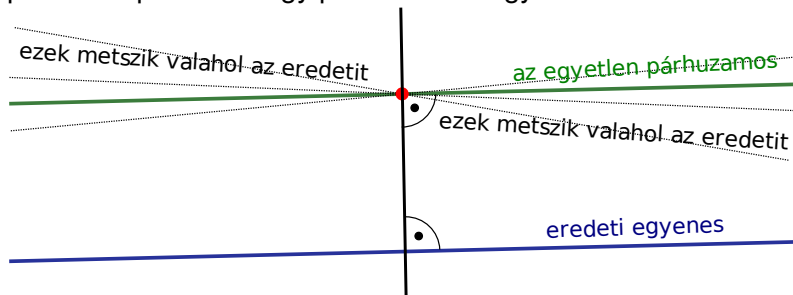


Probléma: véges méretű papíron nem ellenőrizhető.



## Egyszerűbb alak

Az előzővel egyenértékű alak: egy egyenessel egy rajta kívül fekvő ponton át pontosan egy párhuzamos egyenes húzható.



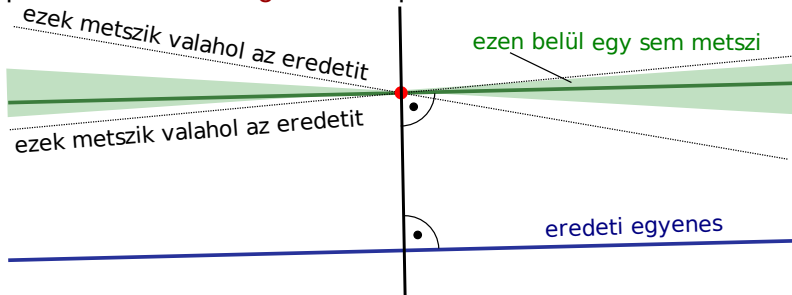
Ez sem ellenőrizhető kis méretekben.

# Bolyai János (1800–1860) geometriája

(Nincs hiteles arckép!)

**Bolyai János, 1832: az első teljes geometria, mely nem euklideszi.**

Az 5. posztulátum helyett: egy egyenessel egy rajta kívül fekvő ponton keresztül **végtelen sok** párhuzamos húzható.



Ezt feltételezve is ellentmondásmentes geometria építhető fel.  
Nem lehet véges méretben ellenőrizni.

# Nem-euklideszi geometriák

Az 1800-as években sokan kezdtek el ezzel foglalkozni, pl. Lobacsvszkij, Gauss, Riemann, Poincaré.

Ne rögzítsük mereven az “egyenes” és egyéb fogalmakat, csak azt feltételezzük róluk, amit az axiómák tényleg előírnak.

Egyik szemléltetés: **gömbült felületek geometriája.**

# Nem-euklideszi geometriák

Az 1800-as években sokan kezdtek el ezzel foglalkozni, pl. Lobacsvszkij, Gauss, Riemann, Poincaré.

Ne rögzítsük mereven az “egyenes” és egyéb fogalmakat, csak azt feltételezzük róluk, amit az axiómák tényleg előírnak.

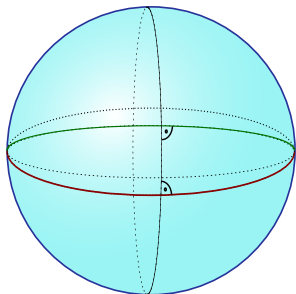
Egyik szemléltetés: **görbült felületek geometriája.**

“Egyenes” helyett: “geodetikus”

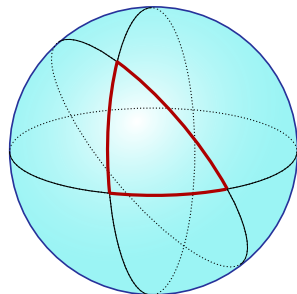
Geodetikus: a görbe felületen húzható vonalak közül olyan, mely bármely két pontját a lehető legrövidebb ívhosszal köti össze.

Sík, euklideszi lapon a geodetikusok az egyenesek, máshol mások.

# Gömbi geometria



nincs párhuzamos!



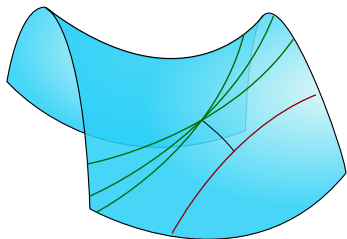
belső szögösszeg  $> 180^{\circ}$

Ismerős a földmérésből, csillagászatból.

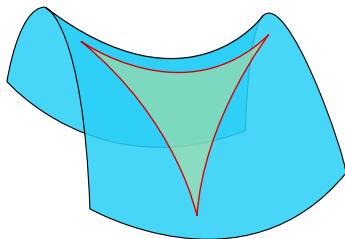
Lapos lények egy gömb felszínén ilyen geometriát találnának ki.

Az itteni “egyenesek” közt nincs “párhuzamos”!

# Hiperbolikus geometria



sok párhuzamos!



belső szögösszeg  $< 180^{\circ}$

“Nyeregfelület” geometriája.  
Bolyai geometriájának ez felel meg.

# Általános geometriák

Az előzőekhez hasonlóan általános görbült síkok és terek geometriája is leírható.

Ezt a 19. század matematikusai kidolgozták.

# Általános geometriák

Az előzőekhez hasonlóan általános görbült síkok és terek geometriája is leírható.

Ezt a 19. század matematikusai kidolgozták.

**Kérdés: van-e ennek köze a valósághoz?**

Közvetlen mérések: a tér euklideszinek tűnik.

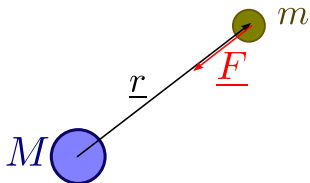
Friedrich Riemann ötlete: **a tér geometriáját az anyag határozza meg?**

Ennek eldöntéséhez a fizikát is ismerni kell.



# Newton és a gravitáció

Általános tömegvonzási törvény: minden testre vonatkozik

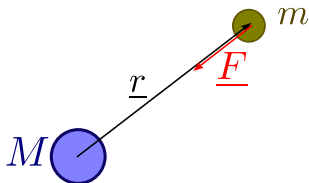


$$\underline{F} = -\gamma \frac{Mm}{r^2} \frac{\underline{r}}{r}$$

$$\gamma \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3/(\text{kgs}^2)$$

# Newton és a gravitáció

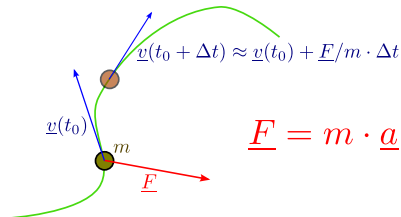
Általános tömegvonzási törvény: minden testre vonatkozik



$$\underline{F} = -\gamma \frac{Mm}{r^2} \frac{\underline{r}}{r}$$

$$\gamma \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3/(\text{kgs}^2)$$

Az erő ismeretében a mozgás kiszámítható:



$$\underline{F} = m \cdot \underline{a}$$

# Newton és a gravitáció

## A newtoni mechanika sikeres:

- pontos bolygópálya-számítások
- Neptunusz megtalálása
- lövedékek mozgása
- gépészeti, műszaki alkalmazások

## ... de a gravitáció oka ismeretlen:

- Newton: “Hypotheses non fingo”, azaz nem tudja és nem is akar találgatásokba bocsátkozni.
- Sok próbálkozás: éter, repkedő kis részecskék, ...

# Newton és a gravitáció

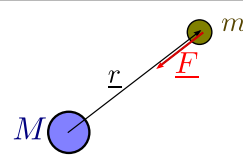
A newtoni mechanika sikeres:

- pontos bolygópálya-számítások
- Neptunusz megtalálása
- lövedékek mozgása
- gépészeti, műszaki alkalmazások

... de a gravitáció oka ismeretlen:

- Newton: “Hypotheses non fingo”, azaz nem tudja és nem is akar találgatásokba bocsátkozni.
- Sok próbálkozás: éter, repkedő kis részecskék, ...

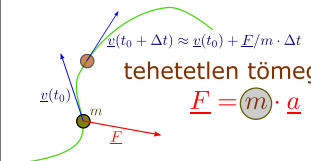
Elvi probléma: **A súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűsége.**



súlyos tömeg

$$\underline{F} = -\gamma \frac{M(m)}{r^2} \frac{\underline{r}}{r}$$

$\gamma \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3/(\text{kgs}^2)$



tehetetlen tömeg

$$\underline{F} = (m) \cdot \underline{a}$$

Nincs semmi ok, miért azonos ez a kettő!

# A súlyos és a tehetetlen tömeg

Newton tudja, hogy fontos, de okát nem ismeri

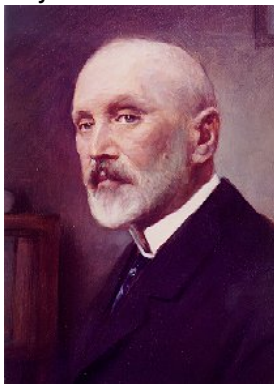
Göttingeni Egyetem, 1880-as évek: pályázat a súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűség minél pontosabb mérésére.

# A súlyos és a tehetetlen tömeg

Newton tudja, hogy fontos, de okát nem ismeri

Göttingeni Egyetem, 1880-as évek: pályázat a súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűség minél pontosabb mérésére.

Nyertes: **Eötvös Lóránd** és munkatársai.



Forrás: Wikipedia

1908-ra 9 tizedesjegy pontossággal igazolták.

Gravitációs mérés technika (Eötvös-inga):

- normál testek gravitációjának mérése
- súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűségének vizsgálata
- kis gravitációs változások mérése: geofizika, olajkutatás

**A súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűsége természeti törvény.**

# Alapötlet

Einstein ötlete: **A súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűsége nem véletlen, hanem abból fakad, hogy a gravitáció egy geometriai jellegű hatás.**

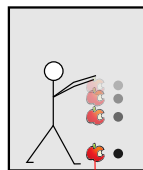
# Alapötlet

Einstein ötlete: **A súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűsége nem véletlen, hanem abból fakad, hogy a gravitáció egy geometriai jellegű hatás.**

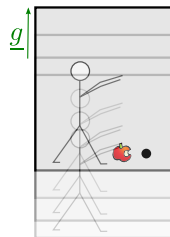
**Gondolakísérlet:** Egy zárt kabinban az elejtett testek lefelé esnek azonos gyorsulással.

Nem tudjuk eldönteni, melyik eset áll fenn:

- A kabin áll a talajon, és a Föld gravitációja hat.
- A kabin egy mindentől távol levő űrhajóban van, de az gyorsul.



$$F = m \cdot g$$



hajtómű



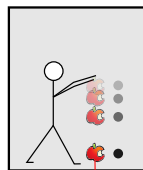
# Alapötlet

Einstein ötlete: **A súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűsége nem véletlen, hanem abból fakad, hogy a gravitáció egy geometriai jellegű hatás.**

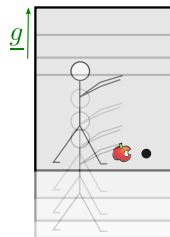
**Gondolakísérlet:** Egy zárt kabinban az elejtett testek lefelé esnek azonos gyorsulással.

Nem tudjuk eldönteni, melyik eset áll fenn:

- A kabin áll a talajon, és a Föld gravitációja hat.
- A kabin egy mindentől távol levő űrhajóban van, de az gyorsul.



$$F = m \cdot g$$



hajtómű

**A gravitáció megkülönböztethetetlen a gyorsulástól.**

(Kísérleti alap: Eötvös Lóránd!)

# A téridő görbültsége

Téridő:

- Ötlet: 1300-as évek (Oresmius)
- Kidolgozás: 1900-as évek eleje, speciális relativitáselmélet (Minkowski)

Egyszerűbben leírhatók a mozgások a 3+1 dimenziód téridőben.

# A téridő görbültsége

Téridő:

- Ötlet: 1300-as évek (Oresmius)
- Kidolgozás: 1900-as évek eleje, speciális relativitáselmélet (Minkowski)

Egyszerűbben leírhatók a mozgások a 3+1 dimenziód téridőben.

Einstein ötlete: **a testek a téridőt görbítik meg.**

(A tér görbültsége miatt egy nyugvó test nem indul el!)

# A téridő görbültsége

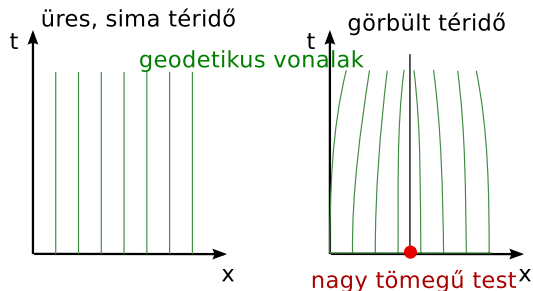
Téridő:

- Ötlet: 1300-as évek (Oresmius)
- Kidolgozás: 1900-as évek eleje, speciális relativitáselmélet (Minkowski)

Egyszerűbben leírhatók a mozgások a 3+1 dimenziód téridőben.

Einstein ötlete: **a testek a téridőt görbítik meg.**

(A tér görbültsége miatt egy nyugvó test nem indul el!)



A görbült téridőben a magukra hagyott testek “a lehető leg-egyenesebb” vonalakon mozognak, de ez nem lesz egyenes!

## Egy szemléltetés

Egy rugalmas, vízszintes lapon az elgurított kis golyó egyenesen megy.

Ha a közepét lenyomjuk (görbítjük a téridőt), az elgurított golyó pályája elgörbül.

Forrás: [hardscienceainthard.com](http://hardscienceainthard.com)

Vigyázat! Ez csak szemléltetés, nem pontos modell!

# Az általános relativitás elmélete

Einstein-egyenlet (1915): Hogyan görbítik a testek a téridőt?

(Az egyenletek rendkívül bonyolultak, ezért nem szerepelnek itt.)

# Az általános relativitás elmélete

Einstein-egyenlet (1915): Hogyan görbítik a testek a téridőt?

(Az egyenletek rendkívül bonyolultak, ezért nem szerepelnek itt.)

**1915-ben ismert tények, amiket az elmélet megmagyarázott:**

- a gravitáció oka: a téridő görbültsége
- a súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűsége
- a bolygópályák elfordulása: kis eltérések a bolygópályákban a newtoni elmélettől

Ezen kívül sok, meglepő következmény is fellépett, melyeket utólag ellenőriztek.

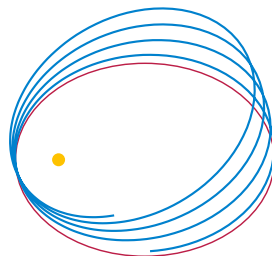
## A bolygópályák elfordulása

Ált. rel.: A Kepler-törvény kis korrekcióra szorul: egyetlen vonzó centrum esetén is lassan elfordul az ellipszis pálya.

(Az ábra eltúlzott!)

A hatás igen kicsi: A Merkúr esetén  $43''$ /évszázad.

Kimérése nehéz: a többi bolygó ennél nagyobb pályatorzulásokat ad, ez csak erre rakódik rá.



Forrás: Wikipedia

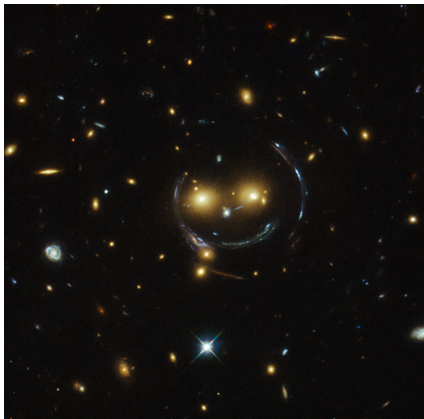
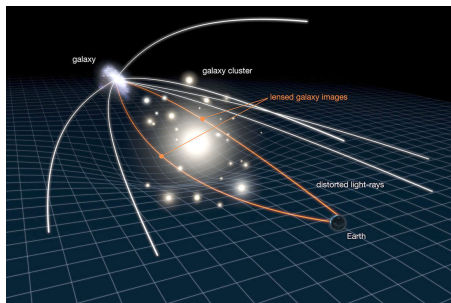
Hasonló hatások a pontos műhold-pályaszámításnál jelentősek lehetnek, ma pl. a GPS-műholdak esetén alkalmazni kell az ált. rel. elméletet.



## A fény gravitációs elhajlása

Eddington (1919): **Napfogyatkozáskor a Naphoz közeli csillagok kicsit más helyen látszottak.**

Galaxisok közt erősebb a hatás, csak erős távcső szükséges.



Forrás: NASA/ESA, Wikipedia

# Gravitációs időlassulás és -késés

Az egyenletek szerint erősebb **gravitációs térben az idő lassabban telik.**

Kísérleti ellenőrzés:

- Erős gravitációjú csillagok fénye kicsit a vörös (alacsonyabb frekvencia) felé tolódik el.
- Magasan levő atomórák kicsit lassabban járnak.

# Gravitációs időlassulás és -késés

Az egyenletek szerint erősebb **gravitációs térben az idő lassabban telik.**

Kísérleti ellenőrzés:

- Erős gravitációjú csillagok fénye kicsit a vörös (alacsonyabb frekvencia) felé tolódik el.
- Magasan levő atomórák kicsit lassabban járnak.

**Időkésés:**

**Erős gravitációs téren keresztül utazó fény kicsit lassul.**

Ellenőrzés: távoli űrszondák rádiójelei kicsit késnek, mikor egy bolygó mellett haladnak el.

# Gravitációs időlassulás és -késés

Az egyenletek szerint erősebb **gravitációs térben az idő lassabban telik.**

Kísérleti ellenőrzés:

- Erős gravitációjú csillagok fénye kicsit a vörös (alacsonyabb frekvencia) felé tolódik el.
- Magasan levő atomórák kicsit lassabban járnak.

**Időkésés:**

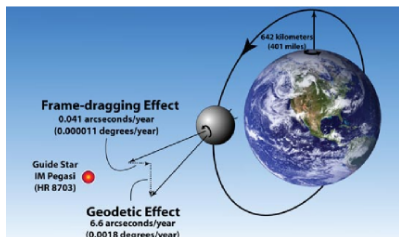
**Erős gravitációs téren keresztül utazó fény kicsit lassul.**

Ellenőrzés: távoli űrszondák rádiójelei kicsit késnek, mikor egy bolygó mellett haladnak el.

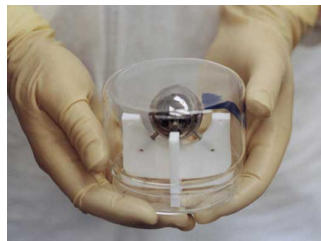
**Ezek is szerepet játszanak a precíz műholdas navigációban.**

## Geodetikus precesszió és keret-sodródás

- Ha sokszor körbepüljük a Földet, kicsit más irányba fog állni egy forgó gömb tengelye.
- A forgó Föld kicsit magával ragadja a téridőt, ami kis irányváltásokat okoz.



Forrás: NASA



**Gravity Probe-B (2004–2005): Kísérletsorozattal pontosan igazolva!**

Extrém precíz mérés technika: 10 nm pontosságú, ping-pong labda méretű gömb, folyékony héliumban forgatva, ...

# Gravitációs hullámok

Az egyenleteknek vannak hullám megoldásai is.

Vigyázat: ezek a tér szerkezetében levő hullámok!

# Gravitációs hullámok

Az egyenleteknek vannak hullám megoldásai is.

Vigyázat: ezek a tér szerkezetében levő hullámok!

**Indirekt bizonyíték:** szoros, speciális kettőscsillag fokozatosan csökkenő keringésidővel.

Ok: a tagok közelítenek egymáshoz, mert a grav. hullámok energiát vonnak el.

1993, Russell Hulse és Joe Taylor: Nobel díj

# Gravitációs hullámok

Az egyenleteknek vannak hullám megoldásai is.

Vigyázat: ezek a tér szerkezetében levő hullámok!

**Indirekt bizonyíték:** szoros, speciális kettőscsillag fokozatosan csökkenő keringésidővel.

Ok: a tagok közelítenek egymáshoz, mert a grav. hullámok energiát vonnak el.

1993, Russell Hulse és Joe Taylor: Nobel díj

**Közvetlen bizonyíték: 2015, LIGO**



# Az Univerzum felfúvódása

Einstein utáni csillagászati eredmény: **az Univerzum tágul!**

Eleinte ez Einsteint zavarta, mások állapították meg a kapcsolatot az általános relativitáselmélet és az Univerzum tágulása közt.

# Az Univerzum felfúvódása

Einstein utáni csillagászati eredmény: **az Univerzum tágul!**

Eleinte ez Einsteint zavarta, mások állapították meg a kapcsolatot az általános relativitáselmélet és az Univerzum tágulása közt.

Modern megfigyelések:

- Az Univerzum kicsit máshogy tágul, mint sokáig gondoltuk.
- Lehet, hogy korrigálni kell az általános relativitáselméletet.  
(Nagy távolságon taszító lesz a gravitáció?)

Sok új felfedezés várható. Most főként a pontos megfigyelésekre van szükség.

# A fekete lyukak

19. századi ötlet:

Minden bolygónak van egy “szökési sebessége”, mely az attól való elszakadáshoz kell. A Föld felszínén pl. ez 11,2 km/s.

**Ha a szökési sebesség nagyobb lesz, mint  $c$ , semmi nem juthat onnan ki!**

# A fekete lyukak

19. századi ötlet:

Minden bolygónak van egy “szökési sebessége”, mely az attól való elszakadáshoz kell. A Föld felszínén pl. ez 11,2 km/s.

**Ha a szökési sebesség nagyobb lesz, mint  $c$ , semmi nem juthat onnan ki!**

Az ált. rel. egyenletei szerint elég nagy tömegsűrűség esetén a geodetikusok “teljesen begömbülnek”. (Pongyola fogalmazás!)

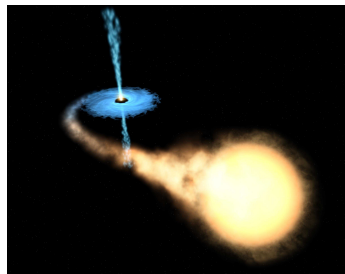
**Ekkor abból a részből nem juthat ki információ!**

Beleesni lehet, de kijönni nem...

## A fekete lyukak észlelése

Közvetlenül nem láthatók. Gravitációjuk érzékelhető:

- Bizonyos kettős csillagok egyik komponense nem látszik, pedig a pályaadatok szerint nagy tömegű: csak fekete lyuk lehet.
- A fekete lyuk felé hulló anyag jellegzetes sugárzást bocsát ki, amit sok helyről észlelünk.



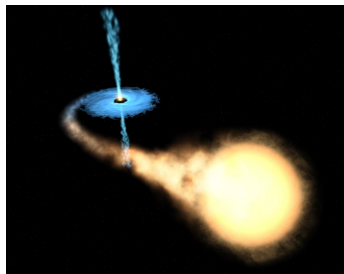
Forrás: Wikipedia

Kiderült: sok galaxis középpontjában millió naptömegnyi fekete lyuk található.

## A fekete lyukak észlelése

Közvetlenül nem láthatók. Gravitációjuk érzékelhető:

- Bizonyos kettős csillagok egyik komponense nem látszik, pedig a pályaadatok szerint nagy tömegű: csak fekete lyuk lehet.
- A fekete lyuk felé hulló anyag jellegzetes sugárzást bocsát ki, amit sok helyről észlelünk.



Forrás: Wikipedia

Kiderült: sok galaxis középpontjában millió naptömegnyi fekete lyuk található.

### A fekete-lyukak alagút-bejáratok?

Az egyenletek elvileg lehetővé teszik furcsa "féregjáratozatokat".

Baj:

- Nem látunk olyat, ami a kimenet lehetne.
- Ha lenne is ilyen, nem lehetne túlélni.

# Összefoglalás

## Általános relativitáselmélet:

- az anyag meggörbíti maga körül a téridőt
- a gravitáció oka a téridő görbültsége
- Einstein egyenletei minden földi mérési eredményt pontosan adnak vissza
- a közeli csillagászati jelenségekkel is jó egyezés van
- problémás terület: milliárd fényéves méretek, milliárd éves időskálák

# Összefoglalás

## Általános relativitáselmélet:

- az anyag meggörbíti maga körül a téridőt
- a gravitáció oka a téridő görbültsége
- Einstein egyenletei minden földi mérési eredményt pontosan adnak vissza
- a közeli csillagászati jelenségekkel is jó egyezés van
- problémás terület: milliárd fényéves méretek, milliárd éves időskálák

## Jelentőség:

- megértjük a természetet
- meglevő műszaki alkalmazások (pl. GPS-rendszerek, műholdak)
- potenciális új felfedezések, veszélyforrások felismerése



# Összefoglalás

## Általános relativitáselmélet:

- az anyag meggörbíti maga körül a téridőt
- a gravitáció oka a téridő görbültsége
- Einstein egyenletei minden földi mérési eredményt pontosan adnak vissza
- a közeli csillagászati jelenségekkel is jó egyezés van
- problémás terület: milliárd fényéves méretek, milliárd éves időskálák

## Jelentőség:

- megértjük a természetet
- meglevő műszaki alkalmazások (pl. GPS-rendszerek, műholdak)
- potenciális új felfedezések, veszélyforrások felismerése

A történet (és az előadás) folytatódik...