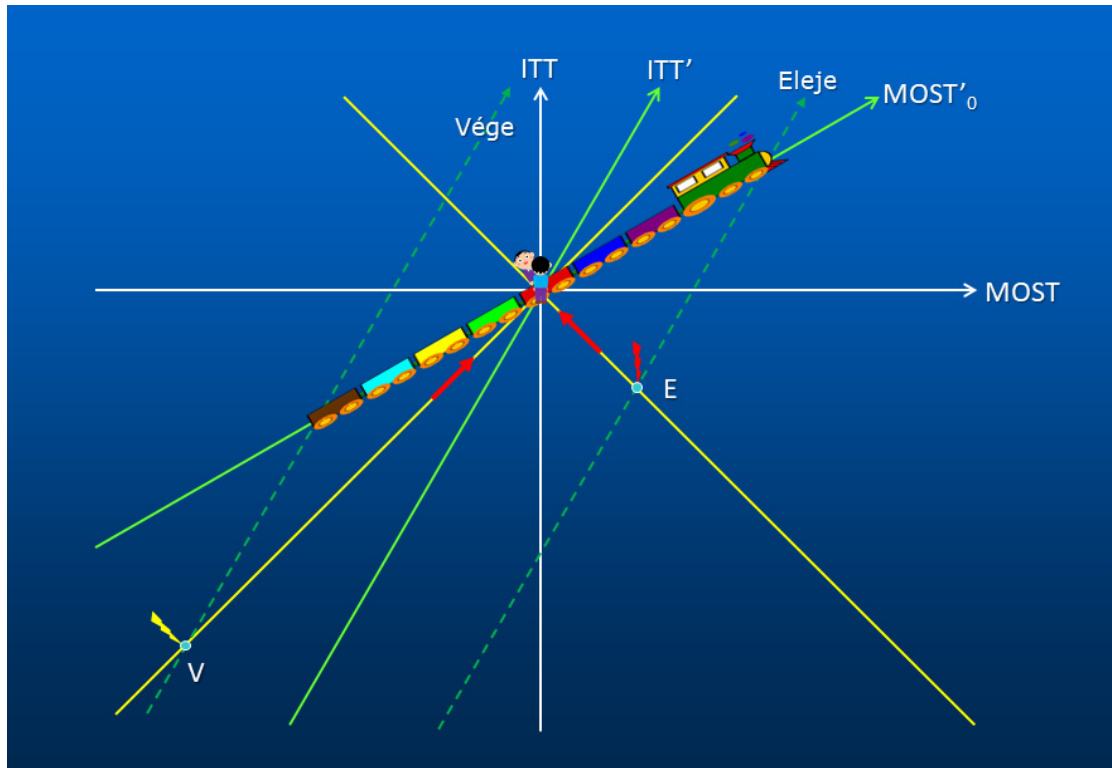
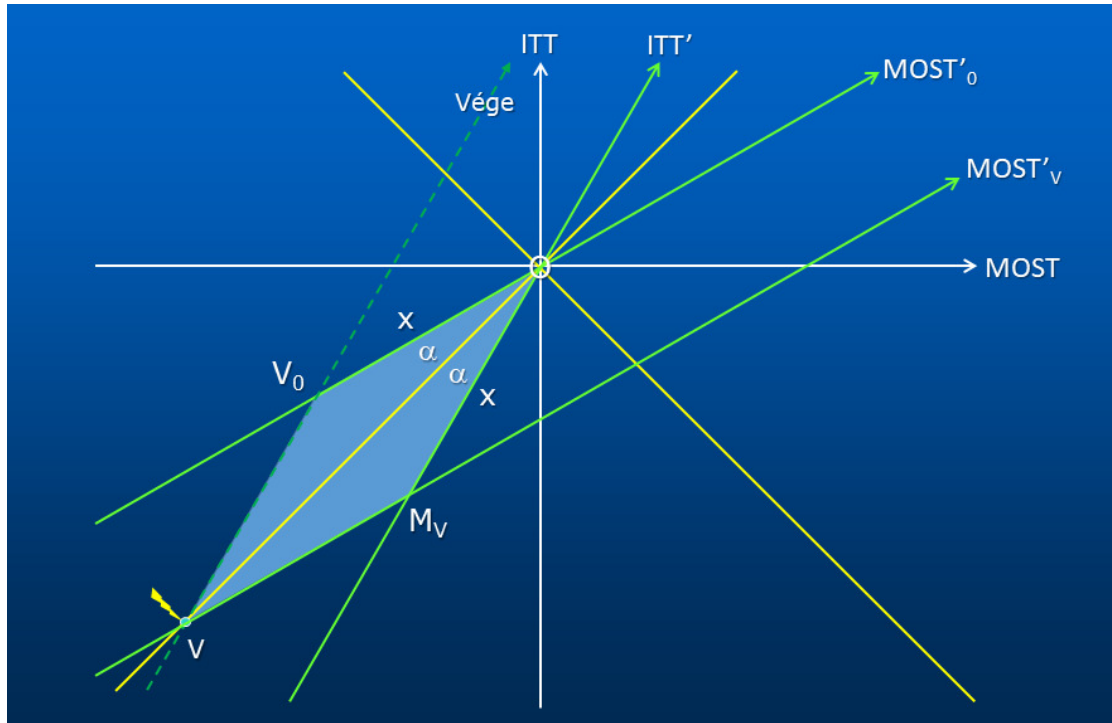


A villámcsapások sorrendje a vonat koordináta-rendszerében



Jelöljük ITT-tel, illetve MOST-tal a saját (Földhöz rögzített) koordinátatengelyeinket, ITT'-vel, illetve MOST'₀-val pedig a vonathoz rögzített tengelyeket. Ezek ugyanakkora szöget zárnak be a fénykúppal. A vonat elejének és végének a világvonalra (*Eleje*, *Vége*) párhuzamos az ITT' tengellyel. A két megfigyelő $t=0$ -nál érjen a téridő-diagram origójába.

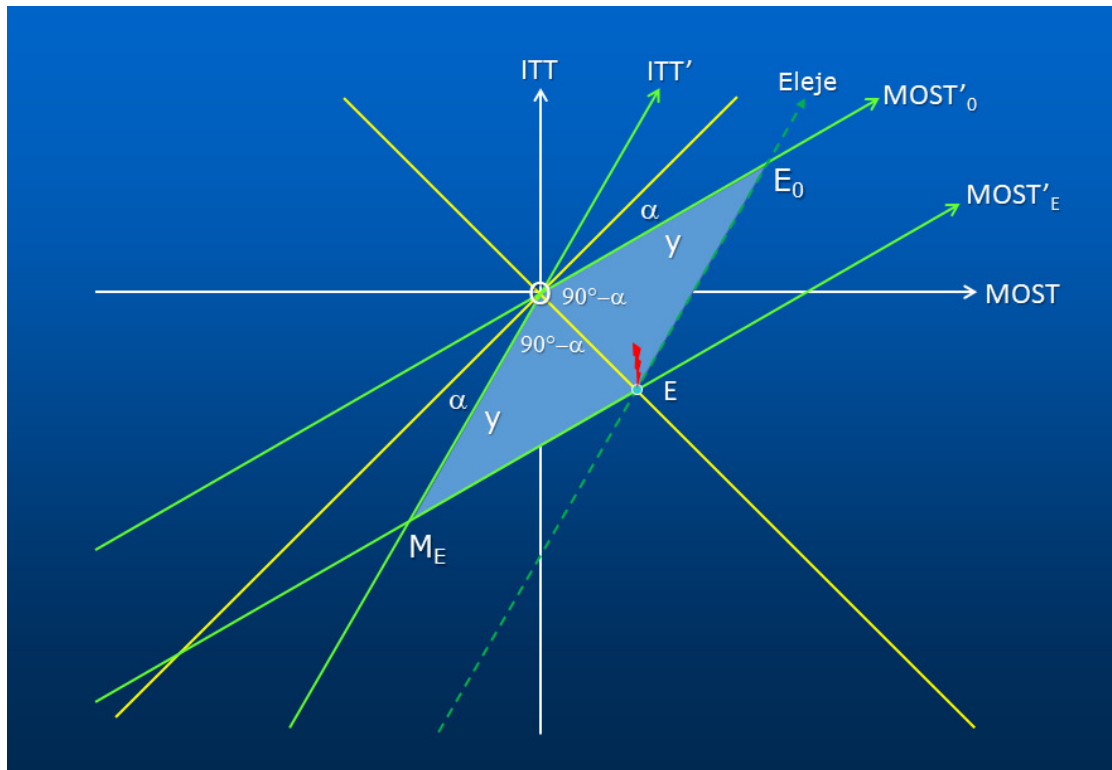
A vonat elején történő villámcsapás *E* eseménye a téridő-diagramon rajta van az *Eleje* tengelyen. Mivel a villámcsapás fénye az origóban éri el a megfigyelőket, a pont illeszkedik a fénykúpra is. Ezért az eseményt a fénykúp és az *Eleje* tengely metszéspontjába kell megrajzolnunk. Hasonló módon, a vonat végénél történő villámcsapás *V* eseményét a *Vége* tengely és a fénykúp metszéspontja jelöli ki.



A téridő-diagram alapján bebizonyítjuk, hogy a vonat koordinátarendszerében az E és a V események egyidejűek. A bizonyításhoz csak azt használjuk fel, hogy a villámcsapások fénye és a két megfigyelő egyszerre érnek a téridő-diagram origójába, illetve a mozgó megfigyelő pontosan a vonat közepén helyezkedik el.

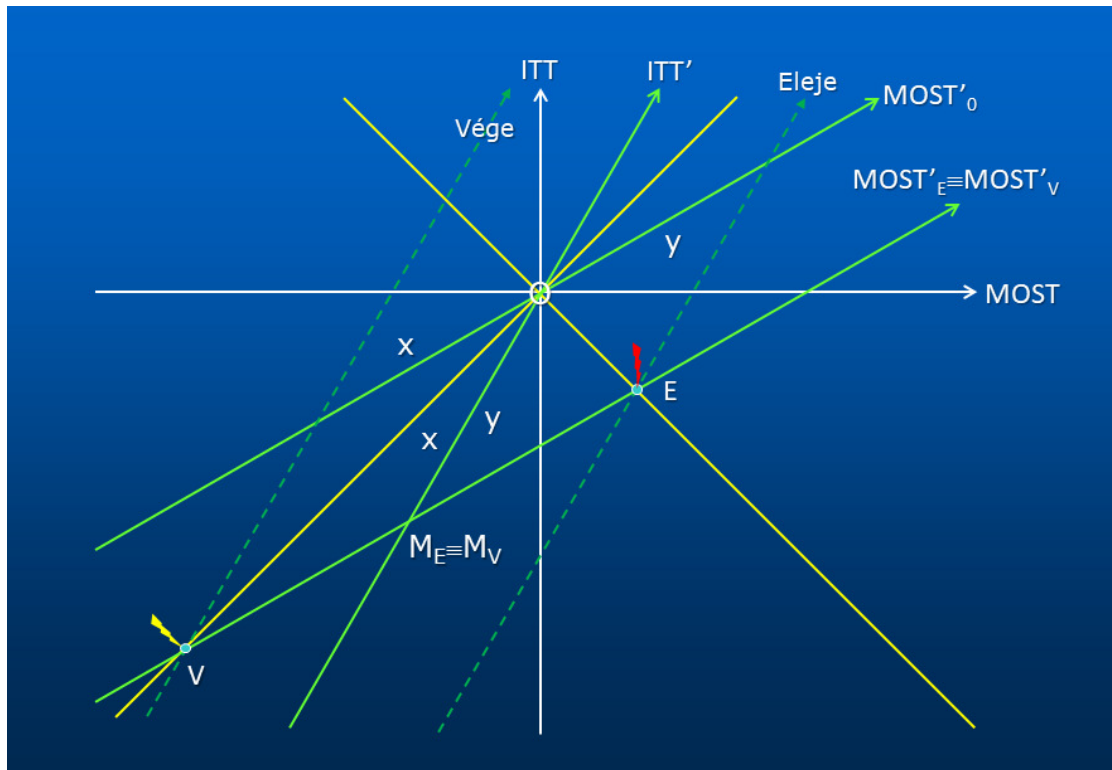
Rajzoljuk meg a V eseményhez tartozó $MOST'_v$ tengelyt! Ez párhuzamos a $MOST'_0$ tengellyel. Jelöljük a $MOST'_v$ tengely és az ITT' tengely metszéspontját M_v -vel (a mozgó megfigyelő helyzete a téridő-diagramon a villámcsapás időpontjában), a $MOST'_0$ tengely és a $Vége$ tengely metszéspontját pedig V_0 -lal (a vonat végének pozíciója, amikor a megfigyelő az origóba ér).

Az OV_0VM_v négyszög paralelogramma, mert szemközti oldalai párhuzamosak egymással. A paralelogramma OV átlója felezi az O -nál lévő szöget, hiszen a fénykúp szögfelezője az ITT' és $MOST'$ tengelyeknek. Ezért az OV_0VM_v négyszög rombusz. A rombusz oldalai egyenlők egymással, tehát az OV_0 szakasz x hossza megegyezik az OM_v szakasz hosszával.



Tekintsük most az E eseményt! A hozzá tartozó $MOST'_E$ tengely szintén párhuzamos a $MOST'_0$ tengellyel. Jelöljük a $MOST'_E$ tengely és az ITT' tengely metszéspontját M_E -vel (a mozgó megfigyelő helyzete a téridő-diagramon a villámcsapás időpontjában), a $MOST'_0$ tengely és az *Eleje* tengely metszéspontját pedig E_0 -lal (a vonat elejének a pozíciója, amikor a megfigyelő az origóba ér).

A $MOST'_0$ tengely párhuzamos a $MOST'_E$ tengellyel, az ITT' pedig az *Eleje* tengellyel. Ezért az $OM_E E E_0$ négyszög paralelogramma. Az ITT' tengely és a $MOST'_0$ tengely ugyanakkora szöget zár be a fénykúp egyenesével, ezért az ábrára bejelölt α szögek egyenlők egymással. Mivel a fénykúp két egyenese merőleges egymásra, így a paralelogramma OE átlójának két oldalán lévő szögek $90^\circ - \alpha$ nagyságúak, tehát az átló felezi a paralelogramma O -nál lévő szögét. Ezért az $OM_E E E_0$ négyszög rombusz. Így az OE_0 szakasz y hossza megegyezik az OM_E szakasz hosszával.



A mozgó megfigyelő azonban a vonat közepén helyezkedik el, tehát $x = y$, vagyis az ITT' tengelyen az M_V pont ugyanolyan messze van az origótól, mint az M_E . Az M_V tehát egybeesik az M_E -vel, azaz a $MOST'_V$ tengely egybeesik az $MOST'_E$ tengellyel. Ez azt jelenti, hogy a vonat koordináta-rendszerében az E és a V események ugyanabban az időpontban zajlottak le.

A villámcsapások tehát a mozgó megfigyelő szerint egyszerre történtek.

Összeállította: Juhász Tibor